

Inspiromat pro výuku a Tecomat: logika (nejenom) pro programátory - Díl druhý: Trocha teorie nikoho nezabije (část 3)

Od zadání k realizaci

Každé položce pravdivostní tabulky lze přiřadit součinný člen – *minterm*. Jsou v něm zastoupeny všechny operandy tak, že pro jedničkové hodnoty operandu bude v součinu zastoupena nezměněná proměnná a pro nulové hodnoty bude negovaná (*obr. 2, obr. 3* v minulé části). Každý minterm vynásobíme (AND) odpovídající pravdivostní hodnotou funkce a sečteme (OR). Tak vznikne logický výraz pro zadanou funkci – obvykle se nazývá úplná disjunktivní norma (ÚDN). Popsaný postup vyplývá ze Shannonova rozkladu (expanzního teorému) – prvního vztahu z 11. pravidla Booleovy algebry. Mintermy násobené nulou budou nulové, takže logický výraz bude obsahovat jen mintermy, které odpovídají jedničkovým hodnotám funkce. Postup lze názorně interpretovat i v K-mapě. Poloha každého políčka je „lokalizována“ svým mintermem – jeho operandy je možné považovat za „sourodnice políčka“. Z pohledu teorie množin je to průnik ploch všech operandů s odpovídající pravdivostní hodnotou. Plocha mapy pokrytá jedničkovými políčky je jejich sjednocením – odpovídá logickému součtu OR.

Například funkce ekvivalence (shody) pro dvě proměnné je zobrazena pravdivostní tabulkou na *obr. 2* a mapou na *obr. 12a* (oba obrázky najdete v minulé části tohoto dílu). Je pravdivá, jestliže oba její operandy mají shodnou hodnotu – oba jsou nulové nebo jedničkové. Uplatňuje se např. v situacích, kdy je třeba kontrolovat shodu proměnných nebo neměnnost stavu. Odpovídá ji logický výraz:

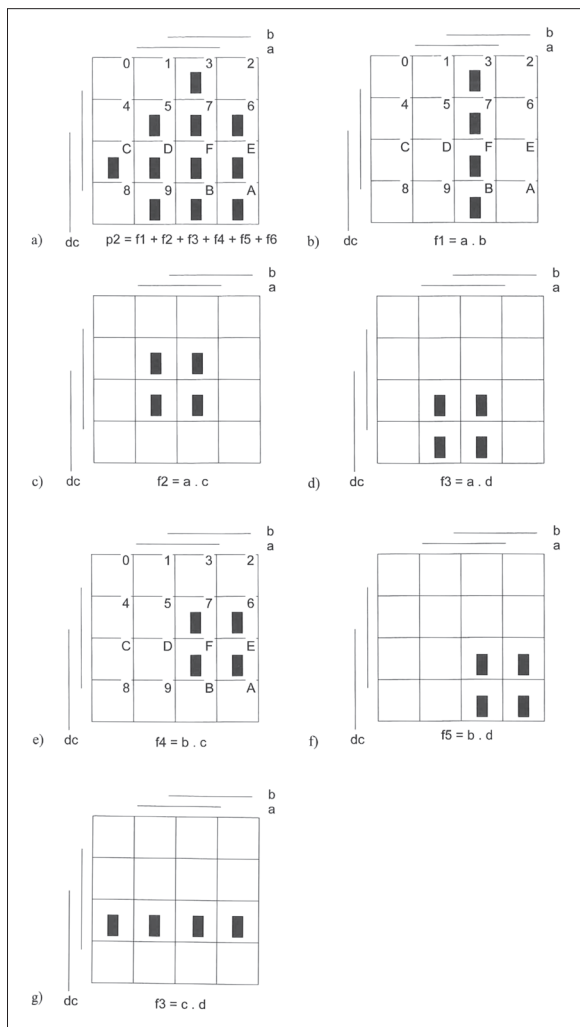
$$eq = (a \text{ AND } b) \text{ OR } (\text{NOT } a \text{ AND NOT } b)$$

Závorky zde nejsou nutné, jsou uvedeny jen pro přehlednost. Výraz je již detailním

podkladem pro realizaci funkce. Pro řešení programem v jazyce ST stačí rovnítko nahradit symbolem přiřazení := („pascalským rovnítkem“), zakončit středníkem a získáme příkaz k realizaci:

$$eq := (a \text{ AND } b) \text{ OR } (\text{NOT } a \text{ AND NOT } b) ;$$

Pro řešení programu v grafických jazycích LD, CFC, popř. FBD, zbývá jen výraz převést na schéma zapojení s kontakty



Obr. 15. K-mapy funkce alespoň dva ze čtyř a jejich šesti složek

nebo s využitím nabídky funkcí ze standardní knihovny funkcí a funkčních bloků STD-LIB, doporučených normou IEC 61131-3 a zabudovaných ve vývojovém systému

Booleova logika

1. komutativní zákon

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

2. distributivní zákon

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

3. vyloučení třetího

$$a + \text{non } a = 1$$

$$a \cdot \text{non } a = 0$$

4. neutrálnost konstant (tautologie)

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 1 = a$$

5. agresivnost konstant

$$a + 1 = 1$$

$$a \cdot 0 = 0$$

6. idempotence

$$a + a = a$$

$$a \cdot a = a$$

7. asociativní zákon

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

8. dvojitá negace (involve)

$$\text{non}(\text{non } a) = a$$

9. absorpce

$$a + a \cdot b = a$$

$$a \cdot (a + b) = a$$

$$a + (\text{non } a) \cdot b = a + b$$

$$a \cdot ((\text{non } a) + b) = a \cdot b$$

10. De Morganovy zákony

$$\text{non}(a + b) = (\text{non } a) \cdot (\text{non } b)$$

$$\text{non}(a \cdot b) = (\text{non } a) + (\text{non } b)$$

$$\text{non}((\text{non } a) + (\text{non } b)) = a \cdot b$$

$$\text{non}((\text{non } a) \cdot (\text{non } b)) = a + b$$

11. Shannonův rozklad (expanzní teorém)

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot f(1, x_2, \dots, x_n) + \text{non}(x_1) \cdot f(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = (x_1 + f(0, x_2, \dots, x_n)) \cdot (\text{non}(x_1) + f(1, x_2, \dots, x_n))$$

12. zobecněný De Morganův zákon

$$\text{non}(f(x_1, x_2, \dots, x_n, 0, 1, +, \cdot)) = f(x_1, x_2, \dots, x_n, 0, 1, \cdot +)$$

13. zobecněné zákony absorpce

$$x_1 + f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + f(0, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{non } x_1 + f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \text{non } x_1 + f(1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot f(1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{non } x_1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \text{non } x_1 \cdot f(0, x_2, \dots, x_n)$$

Mosaic. Příklady jsou uvedeny na obr. 12 v předchozím dílu seriálu (v čísle 10 na str. 15). Při řešení pevnou logikou je třeba nejprve zvolit sortiment logických členů (hradel), které budou používány, přizpůsobit jim logické výrazy, vytvořit logické schéma a podle něj potom vyřešit fyzickou realizaci – navrhnout a vytvořit plošný spoj, osadit součástkami a otestovat bezchybnou funkci. Při řešení zákaznický programovatelnými obvody je zapotřebí logické schéma přizpůsobit možnostem obvodu, naprogramovat, otestovat a pak jím osadit plošný spoj výsledného zařízení.

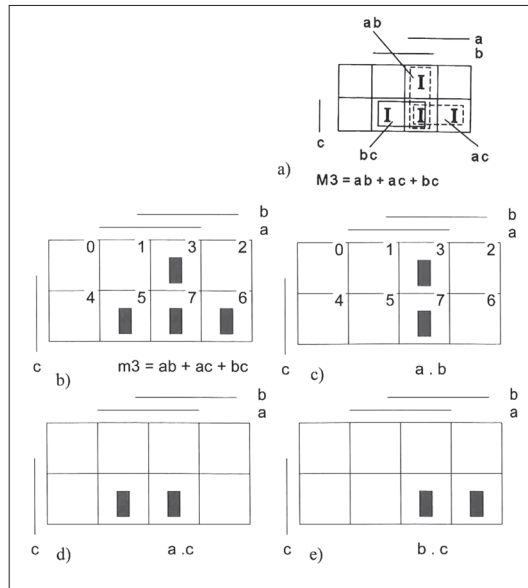
Minimálně o minimalizaci

Podobně lze postupovat u libovolných logických funkcí. Například funkce majorita ze tří (M3) je pravdivá, jestliže většina operandů nabývá jedničkovou hodnotu (alespoň dva operandy jsou jedničkové – tedy dva nebo tři). Je zobrazena pravdivostní tabulkou na obr. 2b a mapou na obr. 6. Z nich lze přímo získat logický výraz ve tvaru úplné disjunktí normy, který obsahuje čtyři trojmístné minitermy. S použitím pravidel Booleovy algebry je možné výraz zjednodušit na podstatně přehlednější a pochopitelnější tvar (zapsaný jako řádek programu):

$$M3 := (a \text{ AND } b) \text{ OR } (a \text{ AND } c) \text{ OR } (b \text{ AND } c) ;$$

Závorky opět nejsou nutné. Výraz je dostatečným podkladem pro řešení pevnou logikou i programem PLC. Vytknutím před závorkou vznikne kód:

$$M3 := a \text{ AND } (b \text{ OR } c) \text{ OR } (b \text{ AND } c) ;$$



Obr. 16. K-mapy funkce majorita ze tří a jejich tří složek

Stejný výsledek (minimalizovaný výraz) je možné získat přímo z K-mapy (obr. 16). Obrazec pokrytí mapy lze rozložit na tři části – proužky dvou sousedních políček. Každému odpovídá jeden dvojmístný součinný člen: $a \text{ AND } b$, $a \text{ AND } c$, $b \text{ AND } c$. Jejich množinovým sjednocením se získá obrazec pokrytí zadané funkce. Tomu odpovídá logický součet OR, takže opět vznikne upravený (minimalizovaný) výraz. Postup lze interpretovat jako postupné úpravy s použitím pravidel Booleovy algebry. Sloučením dvou sousedních políček je vždy vyloučena jedna proměnná, např.

$$(a \text{ AND } b \text{ AND } c) \text{ OR } (a \text{ AND } b \text{ AND NOT } c) = (a \text{ AND } b) \text{ AND } (c \text{ OR NOT } c) = (a \text{ AND } b) \text{ AND } 1 = (a \text{ AND } b)$$

Podáří-li se sloučit čtyři sousední políčka do pásu nebo čtverce, vyloučí se dvě proměnné, při sloučení osmi sousedních políček jsou vyloučeny tři proměnné. Na obr. 15 je ukázán obdobný postup minimalizace funkce alespoň dva ze čtyř.

Úloha 3

Vypište výraz ve tvaru úplné disjunktí normy pro M3 a podle něj vytvořte program PLC v jazycích ST, LD a CFC. Obdobně vytvořte programy podle dvou upravených výrazů. Porovnejte jejich složitost a přehlednost.

Úloha 4

Z K-mapy na obr. 9 nejprve vytvořte logický výraz ve tvaru úplné disjunktí normy a pak jej postupně zjednodušujte. Která známá funkce bude výsledkem?

Úloha 5

Vytvořte K-mapu pro funkci NAND (negaci AND) pro dvě, tři a čtyři proměnné a z ní minimalizovaný logický výraz. Které pravidlo Booleovy algebry jste tím ověřili?

(pokračování příště)

Ing. Ladislav Šmejkal, CSc., Teco, a. s.,
a externí redaktor Automa

TECOMAT Foxtrot
Platforma pro automatizaci a komunikaci strojů, procesů, budov a dopravy

www.tecomat.cz | IEC-61131 | IoT | Smart House | Smart City | Industry 4.0 | www.tecoacademy.cz

► Společnost Bentley Systems oznámila akvizici firmy ACE enterprise Slovakia

Společnost Bentley Systems Incorporated oznámila akvizici firmy ACE enterprise Slovakia, dodavatele softwaru pro tvorbu rozhraní pro systémy plánování výroby ERP (*Enterprise Resource Planning*), správy výrobních prostředků EAM (*Enterprise Asset Management*) a geografických informačních systémů GIS (*Geographical Information System*). Společnost ACE enter-

prise Slovakia byla již dříve partnerem firmy Bentley Systems a její ACE Enterprise Platform byla používána pro konektor systému Bentley AssetWise certifikovaný pro systémy ERP firmy SAP a platformu SAP HANA.

Podle Alexandra Cimbaláka, zakladatele firmy ACE enterprise Slovakia, nyní bude možné využívat digitální dvojčata dodávaná firmou Bentley Systems jako cloudové služby pro synchronizaci s datovými zdroji ve firmě, infrastrukturu informačních systémů, provozních řídicích systémů a projektových a inženýrských systémů (IT, OT a ET).

ACE Enterprise Platform, hlavní produkt firmy ACE enterprise Slovakia, umožňuje

rychlý vývoj a konfiguraci komunikačních rozhraní pro systémy ERP a EAM. Platforma je využívána především v automobilovém průmyslu, strojírenství, těžebním průmyslu, petrochemii a správě budov.

Bentley Systems dodává software pro techniky, architekty, konstruktéry a odborníky na GIS pro projektování, konstruování a provoz infrastruktury. Zmíněný systém AssetWise je nástroj určený ke sledování výkonosti prostředků v průmyslové výrobě, dopravě a logistice nebo ve správě budov.

[Tisková zpráva Bentley Systems, listopad 2018.]
(Bk)