

Inspiromat pro výuku a Tecomat: logika (nejenom) pro programátory – Díl druhý: Trocha teorie nikoho nezabije (část 2)

(pokračování z minulého čísla)

Zadání logické funkce, tabulka, mapy

Funkce (algoritmus) logického systému lze popsat různými způsoby. Obvyklý je slovní popis požadovaného chování. Rizikem je možnost nepřesného nebo neúplného zadání, popř. jeho chybného pochopení řešitelem. Zadavatel obvykle není schopen postihnout celou šíři úlohy a formulovat ji se všemi detaily. Obvykle formuluje jen požadované funkce a chování systému v očekávaných situacích. Většinou jej

(ve dvojkovém kódu), které tak určují pořadové číslo položky – index. Někdy se v samostatném sloupci ještě uvádí jeho ekvivalent v desítkové, popř. šestnáctkové soustavě (sloupec označený i v tabulkách na obr. 2a, obr. 2b nebo di a hi v tabulce na obr. 2c).

Tabulku vytváříme tak, že nejprve vypíšeme její levou část. Můžeme k tomu použít jednoduchou rutinu: hodnoty operandu se v pravém sloupci střídají v pořadí 0, 1, 0, 1, ..., ve sloupci vlevo od něj v pořadí 0, 0, 1, 1, 0, 0, ..., v dalším v pořadí 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, ...

i	b	a	eq	minterm
0	0	0	1	(NOT b) · (NOT a)
1	0	1	0	(NOT b) · a
2	1	0	0	b · (NOT a)
3	1	1	1	b · a

a)

i	c	b	a	M3	mintermy
0	0	0	0	0	(NOT c) · (NOT b) · (NOT a)
1	0	0	1	0	(NOT c) · (NOT b) · (a)
2	0	1	0	0	(NOT c) · (b) · (NOT a)
3	0	1	1	1	(NOT c) · (b) · (a)
4	1	0	0	0	(c) · (NOT b) · (NOT a)
5	1	0	1	1	(c) · (NOT b) · (a)
6	1	1	0	1	(c) · (b) · (NOT a)
7	1	1	1	1	(c) · (b) · (a)

b)

di	hi	d	c	b	a	q
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0
2	2	0	0	1	0	0
3	3	0	0	1	1	1
4	4	0	1	0	0	0
5	5	0	1	0	1	1
6	6	0	1	1	0	1
7	7	0	1	1	1	1
8	8	1	0	0	0	0
9	9	1	0	0	1	1
10	A	1	0	1	0	1
11	B	1	0	1	1	1
12	C	1	1	0	0	1
13	D	1	1	0	1	1
14	E	1	1	1	0	1
15	F	1	1	1	1	1

c)

Obr. 2. Ukázky pravdivostních tabulek: a) pro dvě proměnné (funkce ekvivalence, EQ), b) pro tři proměnné (funkce majorita ze tří, M3), c) pro čtyři proměnné (funkce alespoň dva ze čtyř, P2_4)

i	b	a	NOT b	NOT a	AND	NAND	OR	NOR	XOR	NEQ	PO	M2	EQ	PE
0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
2	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
3	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1

Obr. 3. Ukázka sdružené pravdivostní tabulky pro skupinu funkcí dvou proměnných

ani nenapadne popsat chování v neobvyklých situacích nebo při chybách. Mnohdy opomene formulovat požadavky, které považuje za samozřejmé, ale řešitel o nich neví. Výhodné je, je-li k dispozici zadání logických funkcí v algebraické formě, tedy jako soubor booleovských výrazů (nesprávně označovaných jako rovnice). Při renovaci (retrofitu) starších strojů lze využít podklady pro nahrazovaný řídicí systém, např. jeho reléové nebo logické schéma. Podobně je možné použít i dokumentaci programu pro vyloučený systém PLC. Problémem je skutečnost, že tímto způsobem se kopíruje chování původního systému (i s případnými chybami) a „konzervuje“ jeho historická úroveň i pro současnost. Nová technika poskytuje daleko víc možností než stará a bylo by škoda je nevyužít. Přesné a úplné zadání poskytuje pravdivostní tabulka, popř. transformovaná do pravdivostní mapy.

Pravdivostní tabulka zobrazuje hodnoty zadané logické funkce pro všechny kombinace jejích operandů. Pro n proměnných obsahuje 2^n položek (4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 pro 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8 proměnných). Ukázky tabulek pro dvě až čtyři proměnné jsou na obr. 2. Levá část tabulky obsahuje kombinace hodnot operandů. Pro jednoduchost jsme je zde pojmenovali jednoduchými písmeny a , b , c , d . V praxi je vhodné je pojmenovat tak, aby názvy krátce vyjadřovaly význam operandu. Pro přehlednost bývají kombinace operandů uspořádány ve shodném pořadí jako u narůstající řady dvojkových čísel

a podobně dále. Do sloupce vpravo pro každou kombinaci operandů vpisujeme odpovídající pravdivostní hodnotu zadávané funkce. Tabulky na obr. 2 navíc obsahují další sloupec se součinnými členy (mintermy) – ty běžně neuvádíme, zde jsou použity jen pro usnadnění pozdějšího výkladu. Definujeme-li skupinu funkcí stejných operandů, lze použít sdruženou pravdivostní tabulku, která pro stejné kombinace operandů definuje pravdivostní hodnoty jednotlivých funkcí (obr. 3). Předností pravdivostní tabulky je úplnost zadání. Nutí nás, abychom se zamysleli nad pravdivostními hodnotami pro všechny kombinace operandů (i ty zdánlivě nemožné) a stanovili pro ně pravdivostní hodnotu zadávané funkce. V případě, že se některé kombinace v praxi nemohou vyskytnout (např. pro nedostupnou kombinaci stavů senzorů), může být funkční hodnota libovolná. Pak ji můžeme označit zvláštním symbolem (např. X), jehož hodnotu je možné dodefinovat při optimalizaci logického výrazu. Můžeme ale přidat nové funkce, které indikují tyto neobvyklé nebo chybové stavy. Platí pravidlo, že i nejnemožnější kombinace se v praxi vyskytnou – a to v nejméně vhodné situaci. Tímto způsobem lze nenásilně řešit základní diagnostiku.

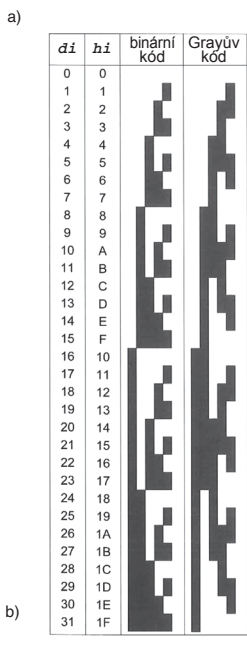
Úloha 1

Analyzujte funkce řešené programy na obr. 6 až obr. 12 z předchozího dílu seriálu a vytvořte pro ně pravdivostní tabulky.

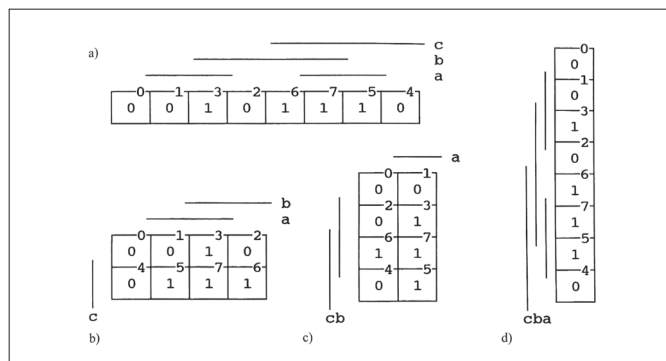
Délka pravdivostní tabulky exponenciálně roste s počtem operandů a tím se zhoršuje i její názornost. V praxi se proto používají tabul-

Obr. 4. Různé formáty Svobodovy mapy (S-mapy) pro tři proměnné (funkce M3)

dí	hi	di	c	b	a	g ₃	g ₂	g ₁	g ₀
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	2	0	0	0	1	0	0	1	1
3	3	0	0	1	1	0	0	0	1
4	4	0	0	1	0	0	1	1	0
5	5	0	1	1	1	0	0	1	1
6	6	0	1	1	0	0	1	0	1
7	7	0	1	1	0	1	0	0	0
8	8	1	0	0	1	1	1	0	1
9	9	1	0	0	1	1	1	0	1
10	A	1	0	1	1	1	1	1	1
11	B	1	0	1	1	1	0	1	1
12	C	1	1	1	0	1	1	1	0
13	D	1	1	0	1	1	0	1	1
14	E	1	1	1	1	1	1	1	1
15	F	1	1	1	1	1	0	0	0



Obr. 5. Pravdivostní tabulka čtyřmístného Grayova kódu (a) a zobrazení grafického obrazce pětímístných kódů – přirozeného binárního a Grayova (b)

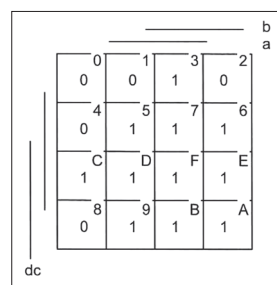


Obr. 6. Různé formáty Karnaughovy mapy (K-mapy) pro tři proměnné (M3)

dáním řádků a sloupců – nikoliv v přirozeném pořadí dvojkového kódu, ale v pořadí hodnot Grayova kódu (obr. 5). Bývají v něm vytvořeny obrazce v absolutních snímačích polohy (ARC). Využívá se zde skutečnost, že každé dvě sousední polohy se liší jen v jedné hodnotě kódu. Tato vlastnost je i důvodem pro používání K-mapy v praxi – sousední políčka se liší jen v jedné hodnotě operandů. To se využívá při minimalizaci logického výrazu logické funkce. Výhodnost a použití K-mapy budou

ky pro nevelký počet operandů (obvykle do 4 až 6, výjimečně více). Názornější jsou pravdivostní mapy. Jsou to dvojrozměrné útvary podobné maticím. Svobodova mapa nebo též S-mapa nebo Veichtova vznikne rozdělením sloupce hodnot pravdivostní tabulky a sestavením segmentů do rovinného útvaru. Různé varianty uspořádání Svobodovy mapy pro tři proměnné jsou na obr. 4. Krajním případem je uspořádání do jednoduchého sloupce nebo řádku (tedy jiné formy pravdivostní tabulky – obr. 4a, obr. 4d). Na obr. 4b a obr. 4c je zobrazena mapa ve formě obdélníku o formátu 4 × 2 nebo 2 × 4 políček. Pro zobrazení hodnot operandů jsou použity vodorovné a svislé pruhy při okrajích mapy. V řádku nebo sloupci pod pruhem nebo vedle něj je operand jedničkový, jinde je nulový. Pro snazší pochopení výkladu jsou v okrajích rámečku vepsána čísla indexu pravdivostní tabulky.

V praxi se častěji používá Karnaughova mapa, stručněji označovaná jako K-mapa. Od S-mapy se liší jiným uspořá-



Obr. 7. K-mapa pro čtyři proměnné (funkce alespoň dva ze čtyř, P2.4)

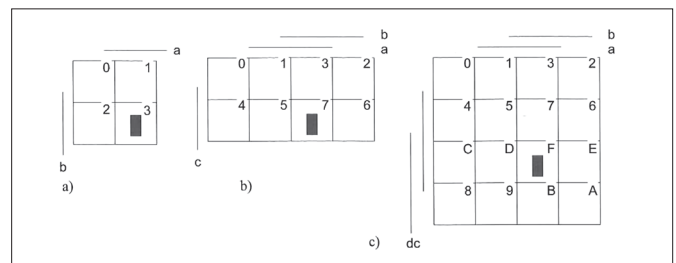
popsány a zdůvodněny dále. Různé varianty uspořádání K-mapy pro tři proměnné jsou na obr. 6. Uspořádání mapy ve formě jednoduchého řádku nebo sloupce (obr. 6a, obr. 6d) nepřináší žádné výhody, pro praxi je účelné uspořádání do tvaru obdélníku o formátu 4 × 2 nebo 2 × 4 políček (obr. 6b, obr. 6c). Příklad K-mapy pro čtyři proměnné je na obr. 7.

Úloha 2

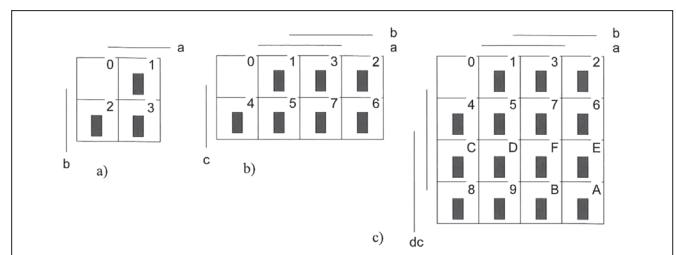
Pravdivostní tabulky funkcí podle programů na obr. 6 až obr. 12 z předchozího dílu seriálu (úloha 1) zobrazte ve formě K-mapy.

Booleovské operátory

Booleova algebra používá k tvorbě logických výrazů jen trojici operátorů, kterými lze realizovat libovolnou logickou funkci – logický součin (AND), logický součet (OR) a negace (NOT). K-mapy operátorů AND a OR pro dvě, tři a čtyři proměnné jsou na obr. 8 a obr. 9. Pro zvýraznění jsou zde jedničkové hodnoty zobrazovány jako plné znaky (někde se zase používá znak I nebo 1), nulovým hodnotám odpovídají prázdná políčka.



Obr. 8. K-mapy logického součinu AND pro dvě, tři a čtyři proměnné



Obr. 9. K-mapy logického součtu OR pro dvě, tři a čtyři proměnné

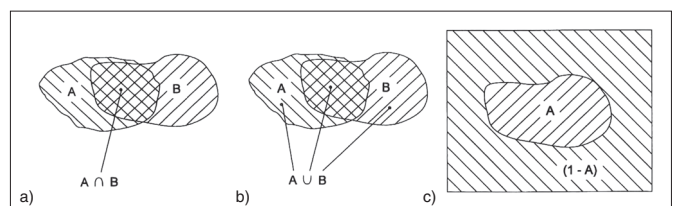
Operátor AND provádí operaci logického součinu proměnných, které spojuje. V češtině jej lze interpretovat spojkou „a“ („a současně“). Výsledek je pravdivý, jsou-li pravdivé všechny operandy. Pokud je alespoň jeden z operandů nepravdivý, je nepravdivý i výsledek. Obecně platí, že

$$X \text{ AND } 1 = X,$$

$$X \text{ AND } 0 = 0,$$

kde X je „cokoliv“.

Místo symbolu AND lze v logických výrazech jazyka ST rovnocenně používat znak „&“. Ukázka programu je v příkladu 5 v předchozím dílu seriálu, programy v grafických jazycích LD a SFC jsou v něm na obr. 10.



Obr. 10. Zobrazení logického součinu AND jako průniku množin (a), logického součtu OR jako sjednocení množin (b) a negace jako doplňku množiny k univerzu (c)

Operátor OR provádí operaci logického součtu (inkluzivního) proměnných, které spojuje. V češtině jej lze interpretovat jako spojku „nebo“. Výsledek je pravdivý, je-li pravdivý alespoň jeden z operandů, popř. všechny. Obecně platí, že

$$X \text{ OR } 0 = X,$$

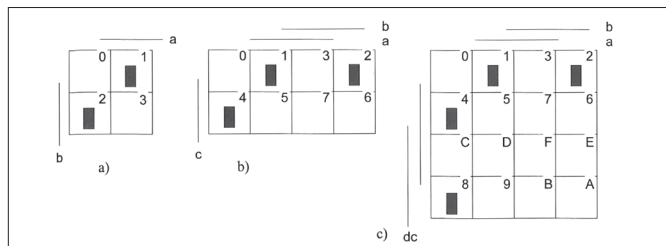
$$X \text{ OR } 1 = 1.$$

Ukázka programu je v příkladu 4 v předchozím dílu seriálu, programy v grafických jazycích LD a SFC jsou v tomto dílu na obr. 9.

Operátor NOT mění hodnotu proměnné na opačnou. K pochopení lze použít mnemotechnickou pomůcku: logický součin AND dává stejný výsledek jako aritmetické násobení dvouhodnotových operandů ($a \text{ AND } b = a * b$). Logický součet OR lze interpretovat jako aritmetické sčítání s omezením – jestliže je výsledek větší než 1, je omezen na hodnotě 1 ($a \text{ OR } b = \min(a + b, 1)$). Negaci lze interpretovat jako doplněk k hodnotě 1 ($\text{NOT } a = 1 - a$).

Logika a množiny

Množina je soubor objektů, u kterých lze rozhodnout, zda do množiny patří, nebo nepatří. Jejich prvky mohou být např. čísla, výroky a jejich kombinace, logické proměnné a logické funkce. Ke grafickému zobrazení množin operací s nimi se často využívají Vennovy diagramy. Na obr. 10 jsou ve Vennových diagramech množiny zobrazeny jako grafické útvary nepravidelného tvaru. Mohou to být ale i K-mapy nebo jejich části. Existuje přímá souvislost mezi výrokovou logikou a teorií množin. Tu je možné využít i při řešení logických systémů. Například logický součin AND lze interpretovat jako průnik množin. Grafické znázornění operace AND pro dvě množiny ve formě Vennových diagramů je na obr. 10a. Operaci logického součtu OR odpovídá sjednocení množin (obr. 10b). Nega-



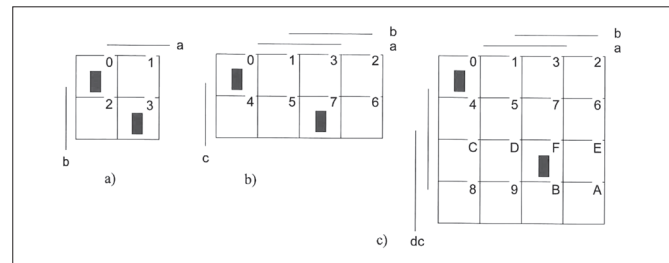
Obr. 11. K-mapy funkce výlučného součtu (právě jedna) pro dvě, tři a čtyři proměnné

ci odpovídá doplněk množiny k univerzu (množině všech prvků) – obr. 10c. Uvedenou grafickou interpretaci logických operací lze využít i při práci s K-mapami. Například v mapě logického součinu AND na obr. 8a odpovídá proměnné a pravý sloupec a proměnné b spodní řádek – jejich průniku (operaci AND) odpovídá pravé dolní políčko s jedničkovou hodnotou. Podobně na obr. 9a jsou pro operaci OR jedničkové hodnoty na ploše odpovídající sjednocení sloupce proměnné a a řádku proměnné b . Podobně lze graficky odvodit pravdivost pro operace AND a OR pro více proměnných. V systémech s pevnou logikou se často používají operátory NAND (negace AND) a NOR (negace OR). Jejich K-mapa je tvořena obrazcem doplněk k obrazci AND a OR z obr. 10a a obr. 10b. Podobně je možné postupovat i v jiných situacích.

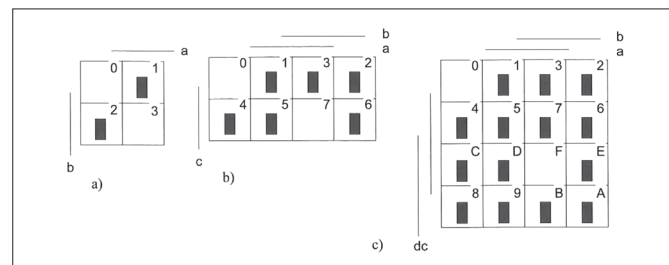
Booleova algebra

Booleova algebra operuje s dvouhodnotovými logickými proměnnými a používá operátory AND, OR a NOT. Přitom platí deset základ-

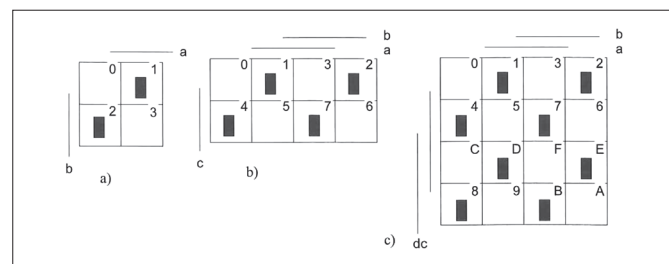
ních pravidel. Někdy se uvádějí ještě tři doplňková. Všechna jsou uvedena v graficky odlišeném bloku. V zájmu přehlednosti zde ustupujeme od zavedeného způsobu psaní logických vztahů v duchu syntaxe programů v textových jazycích a používáme zde zvyklosti z tradiční literatury o logice. Logický součin AND zde symbolizuje „.“ (tečka) nebo je vypuštěn, logický součet OR představuje „+“, negace je označována pruhem nad proměnnou. Tuto zjednodušenou formu lze



Obr. 12. K-mapy funkce ekvivalence (shody, EQ) pro dvě, tři a čtyři proměnné



Obr. 13. K-mapy funkce nonekvivalence (neshody, NEQ) pro dvě, tři a čtyři proměnné



Obr. 14. K-mapy funkce liché parity pro dvě, tři a čtyři proměnné

doporučit i při ručním zápisu poznámek nebo konceptů řešení. Jednotlivá pravidla jsou uváděna ve dvojicích, protože operátory AND a OR jsou duální (doplňková) – jestliže v jednom pravidle zaměníme operátor AND za OR a naopak OR za AND a navzájem zaměníme konstanty 0 a 1, dostaneme druhé pravidlo.

Užitečné funkce

Na obr. 11, obr. 12, obr. 13 a obr. 14 jsou uvedeny K-mapy logických funkcí, s nimiž se lze setkat v praxi. Výlučný součet (Exclusive OR, XOR) lze interpretovat slovním spojením *buď – nebo – buď* je pravdivý jeden operand, nebo druhý, nikoliv oba současně (Pozn. red.: podle pravidel české gramatiky stačí napsat před „nebo“ čárku a tím se z OR stane XOR. Jenže takového detailu si málokdo všimne, proto je lépe používat spojení *buď – nebo*. Je dobré se vyvarovat, alespoň v logice,

TECO Advanced Automation Platforma pro automatizaci a komunikaci strojů, procesů, budov a dopravy

www.tecomat.cz IEC-61131 | IoT | Smart House | Smart City | Industry 4.0 www.tecoacademy.cz

matoucích spojek a zvláštních konstrukcí: a nebo, anebo, a/nebo.). Použitý symbol XOR vyjadřuje tuto skutečnost a současně je binárním operátorem (spojuje dvě proměnné) používaným v programovacích jazycích. Pro dva operandy je shodný s funkcemi nonekvivalence (neshody), liché parity, součtu modulo 2 a schodišového vypínače. Neplatí to však pro více proměnných, jak je zřejmé z uvedených K-map. Funkci výlučného součtu (*exclusive OR*) lze obecně interpretovat jako výběrovou funkci „právě 1 z n “ ($S1_n$), která je pravdivá jen tehdy, je-li jediný operand jedničkový (obr. 11). Funkce ekvivalence (shody, EQ) je jedničková, jsou-li všechny její operandy shodné – buď jsou všechny

jedničkové, nebo nulové (obr. 12). Nonekvivalence (neshoda, NEQ) je její negace (obr. 13). Funkce liché parity (*parity odd*, PO) má jedničkovou hodnotu, je-li počet operandů lichý. Je (pro libovolný počet proměnných) shodná s funkcí součtu modulo 2 ($M2$, výsledek dvojkového sčítání bez přenosu) a s funkcí vícenásobného schodišového vypínače (obr. 14). Funkce sudé parity (*parity even*, PE) je její negací.

(Dokončení příště.)

Ing. Ladislav Šmejkal, CSc., Teco, a. s.,
a externí redaktor Automa

Embedded World – veletrh a konference

Ve dnech 26. až 28. února 2019 se v Norimberku uskuteční veletrh Embedded World, zaměřený na hardware i software vestavných výpočetních systémů a související služby. Veletrh budou doprovázet také dvě konference: první se bude věnovat vestavným systémům, a proto má stejný název jako veletrh, druhá elektronickým displejům, jimž je na veletrhu věnována samostatná výstava.

Mottem konference Embedded World, jejíž program je již dostupný online, je Embedded Intelligence, tedy vestavná inteligence. Výkon procesorů a integrovaných obvodů roste a jejich cena klesá. To umožňuje, aby se výpočetně náročné metody strojového učení a umělé inteligence uplatňovaly ve stále širší škále úloh.

Konference bude mít deset hlavních sekcí:

- internet věcí,
- propojené systémy,
- operační systémy pro vestavnou techniku,
- bezpečnost a zabezpečení,
- návrh hardwaru,
- návrh softwaru a systémů,
- vestavné vidění,
- autonomní inteligentní systémy,
- vestavná grafická uživatelská rozhraní a HMI,
- systémy SoC (*System-on-Chip*).

Jednotlivé hlavní sekce se budou skládat z podsekcí a seminářů.

Součástí konference budou též dvě plenární přednášky. První den to bude přednáška Jima Tunga, společníka firmy MathWorks, a druhý den Jeana-Marca Cheryho, prezidenta a výkonného ředitele STMicroelectronics.

Přednáška Jima Tunga Rozvíjející se vestavná inteligence mění hru se bude věnovat tomu, jak zkombinovat znalosti algoritmů se specifickými oborovými znalostmi tak, aby takto vytvořené produkty a systémy přinášely maximální užitek.

Jean-Marc Chery nazval svoji přednášku Vestavná inteligence pro novou vlnu chytrých systémů – příležitosti a problémy na hraně a představí v ní úlohu vestavných systémů v průmyslu na úrovni provozů a jako *edge*

device, tedy zařízení „na hraně“. Ne všechna data je třeba přenášet do cloudu. Je zapotřebí hledat optimální rovnováhu mezi výpočetní silou počítačů, možnostmi ukládání a schopnostmi komunikace.

V oblasti internetu věcí se bude hovořit zejména o jednotlivých platformách pro IoT, databázích pro distribuované aplikace a o pojmech *cloud*, *edge* a *fog computing*.



Obr. 1. Z veletrhu Embedded World 2018 (foto: NürnbergMesse)

V sekci propojených systémů se bude diskutovat o mnoha novinkách v oblasti kabelových i bezdrátových komunikací: o sítích NB IoT (narrow-band IoT), 5G a TSN (*Time Sensitive Networking*).

V sekci operačních systémů pro vestavnou techniku se bude nejvíce hovořit o tom, jak zajistit komunikaci v reálném čase v systémech s mnohajádrovými procesory. Asociace OSADL (*Open Source Automation Development Lab*) uspořádá vlastní sekci o OS typu *open source*. Mezi další důležitá témata bude patřit Linux, virtualizace a opatření pro zajištění kybernetické bezpečnosti.

Funkční bezpečnost a ochrana proti kybernetickým útokům jsou dvě zcela rozdílná témata, která se však v Německu často spojují do jedné sekce. V oblasti kybernetické bezpečnosti se bude hovořit o aktuálních nebezpečích a útocích a o tom, jak dosáhnout zabezpečení systémů i při omezených výpočetních zdrojích. Co se týče navrhování hardwaru, bude

hlavním tématem architektura RISC-V. Jde o architekturu s otevřenou sadou instrukcí, která není patentovaná a pod všeobecnou licencí BSD ji mohou volně používat všichni vývojáři. Možnost, že si kdokoliv může navrhnout vlastní procesor, je velmi lákavá.

V oblasti navrhování softwaru a systémů pokračuje trend přechodu od jazyka C k C++, který nabízí mnoho výhod, zvláště zjednodušení návrhu a omezení rizika chyb. Hovořit se bude o bezpečnosti, zabezpečení i spolehlivosti softwaru a o softwaru podle standardů MISRA a AUTOSAR.

Vestavné vidění je novou oblastí vestavných systémů. Mnoho zajímavých přednášek bude připraveno ve spolupráci se sekci strojového vidění asociace VDMA.

Autonomní inteligentní systémy jsou takové systémy, které se v daných podmínkách dokážou autonomně rozhodovat o svém chování. Vývoj v této oblasti je spojován s autonomními automobily, ale možnost uplatnění zmíněných systémů v praxi je mnohem širší.

Vestavná GUI a HMI jsou kromě dokonalé grafiky doplňována také využitím virtuální a rozšířené reality.

Téma *System on Chip*, SoC, je na konferenci jako samostatná sekce poprvé. Bude se zde hovořit o FPGA i pevných IC s velikostí prvku struktury do 7 nm.

Na co se mohou těšit účastníci konference o elektronických displejích? Diskutovat se bude o moderním trendu micro LED. Čtyři přednášky budou věnovány displejům pro automobily a další např. proměnným informačním tabulím e-signage nebo měřicí technice pro instalaci displejů.

Všechny informace o veletrhu i konferencích zájemci najdou na www.embedded-world.de.

[Tisková zpráva NürnbergMesse, 8. 11. 2018.]

(Bk)